مراجعة نهائية في التكامل

مراجعة الوحدة الأولى في التكامل

I

إختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

مبدأ العد، التباديل والتوافيق.

① يجب على الطالب أن يجيب على ١٠ أسئلة من ١٣ سؤال بشرط أن يجيب عن ٤ أسئلة على الأقل من الأسئلة الخمس الأولى كم طريقة يمكن أن يجيب بها الطالب

(أ) ١٤٠ (ب) ١٩٦ (ج) ٢٨٠ (د) ٢٤٦

② أي القيم الآتية يمكن أن تكون $ل_{م}$

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٣٠

③ قيمة المقدار: $٥٠ + \sum_{ر=١}^{٦} ٥٦ - ر$ تساوي:

(أ) $٥٦ م^{٣}$ (ب) $٥٦ م^{٢}$ (ج) $٥٦ م^{٤}$ (د) $٥٥ م^{٤}$

④ إذا كان $١٤ م_{ر} = ١٤ م_{٢ر+٢}$ فإن: $ر =$ ـــــــ

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٢ أو ٣ (د) ٤

⑤ عدد طرق التي يمكن تكوين فريق من ستة أعضاء من بين ثمانية بنات وستة أولاد بحيث يحتوي الفريق على ثلاث أولاد فقط يساوي ـ

(أ) ٢١٠ (ب) ١١٢٠ (ج) ١٠٠٨ (د) ٨١٠

⑥ عدد طرق توزيع ثمانية جوائز بالتساوي على ٤ طلاب تساوي ـ

(أ) ٣٥ (ب) ٥٦ (ج) ٥٤٠ (د) ٤٠٣٢٠

⑦ إذا كان $٣ م_{ن} : ٤ م_{ن-١} = ٥ : ٨$ فإن $ن =$ ـــــــ

(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ٩

⑧ إذا كان: $^{ن+2}ق_{4} = {}^{ن}ك - 1$ فإن: ن تساوي ـــــ

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٠

⑨ إذا كان $\frac{1}{2}$ ل ن ، ل ن − ٣ ، ل ن − ٣ هي أطوال أضلاع مثلث فإن القيمة العددية لمحيط المثلث تساوي ـــــ

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

⑩ مجموعة حل المعادلة: $|1 + \text{لوس}| = 1$ هي ـــــ

(أ) $\{\frac{1}{10}\}$ (ب) $\{1\}$ (جـ) $\{0.1\}$ (د) $\{10\}$

⑪ عدد طرق تكوين عدد زوجي مكون من ٣ أرقام مختلفة أقل من ٣٠٠

من مجموعة الأرقام $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(أ) ٣٦ (ب) ١٨ (جـ) ٢٧ (د) ٤٢

⑫ إذا كان: $^{30}ق_{ر} = {}^{30}ق_{ر} \times {}^{ن}ل_{7} = 90 \times {}^{ن-2}ل_{5}$

فإن: $|ن - ر| =$ ـــــ

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ١٠ (د) ل ٢

⑬ إذا كان $^{ن}ق_{ر} = {}^{ن}ل_{ر}$ فإن ن:

(أ) ن = ٠ أو ن ≠ ١ (ب) ن = ١ أو ن ≠ ٠ (جـ) ن = ١٠ (د) ن ≠ ٠ ، ن ≠ ١

⑭ ليس به ٥ كرات متماثلة، أوجد عدد طرق سحب كرة منه ثم إعادتها ثم سحب كرة أخرى

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

خذ بالك: إعادة وترتيب ← $^{ن}ق_{ر}$ ، بدون إعادة وترتيب ← $^{ن}ل_{ر}$

إعادة بدون ترتيب ← $^{ن+ر-1}ق_{ر}$ ، بدون إعادة وبدون ترتيب ← $^{ن}ق_{ر}$

⑮ إذا كان: $(س-2) \times {}^{ن}ق_{3} = {}^{ن}ل_{3}$ فإن قيمة س = ـــــ

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٣ن

(١٦) $م_{ن+١} + ٢ م_{ن+١} + م_{ن+١} = $ ـــــــ

(أ) $م_{ن+٣}$ (ب) $م_{ن+٢}$ (ج) $م_{ن+١}$ (د) $م_{ن+٣}$

(١٧) المضلع الذى يحوى على ٤٤ قطر عددا أضلاعه تساوى ـــ

(أ) ١٠ (ب) ١٢ (ج) ١٢ (د) ١١

(١٨) عدد المثلثات التى يمكن تكوينها من توصيل ٣ نقط من ٦ نقاط تقع على دائرة واحدة ياوى

(أ) ٦ (ب) ٢٠ (ج) ١٢ (د) ٥١

نظرية ذات الحدين

(١) إذا كان $(١ + \frac{٥}{٢}س + \frac{٤ \times ٥}{٢ \times ١}س^{٢} + \frac{٣ \times ٤ \times ٥}{٣ \times ٢ \times ١}س^{٣} + ...$

$+ \frac{١}{٣٢}س^{٥} = ٢٤٣$ فإن : $س =$ ـــــــ

(أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٧

(٢) $م_{ن} + ٤ \times م_{ن+١} + ٦ \times م_{ن+٢} + ... + ٤^{ن} \times م_{٢ن} + ... =$ ـــــــ

(أ) $٥_{ن}$ (ب) $٦_{ن}$ (ج) $٤_{ن}$ (د) $٣_{ن}$

(٣) من مفكوك $(٢س + ب)^{٤ن+١}$ إذا كان الحد الأوسط مساويا

عندما $س = ٢$ فإن .....

(أ) $ب = ٢$ (ب) $ب = ٤$ (ج) $ب = ٢$ (د) $ب = \frac{١}{٢}$

(٤) فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ إذا كان معامل $ح_{ب}$ = معامل $ح_{ب+٢}$

فإن $ن + ب =$ ـــــــ

(أ) ن (ب) ن + ٢ (ج) ن − ٢ (د) ٢ن

(٥) إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك $(\frac{٢}{٣}ب + \frac{ب}{٢})^{٨ن}$ هو الحد التاسع فإن ن = ـــ

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

⑥ إذا كان الحد الخالي من س في مفكوك $(س + \frac{1}{س^2})^{ن}$ هو ح٧ فإن ن = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٨

⑦ في مفكوك $(س^2 + \frac{1}{س^3})^{٨}$ إذا كان معامل الحد الأوسط يساوي معامل $س^{ك}$ فإن ك = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $-\frac{٤}{٥}$ (جـ) $-\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{٥}{٤}$

⑧ في مفكوك $(٣أ - ٢ب)^{١١}$ إذا كانت النسبة بين الحد الأوسط والحد الذي يليه $= \frac{٣}{٢}$

فإن أ : ب = ...

(أ) ٩ : ٤ (ب) ٤ : ٩ (جـ) ١ (د) -١

⑨ في مفكوك $(١ + س)^{ن} = ١ + أ_١ س + أ_٢ س^2 + أ_٣ س^3 + ... + أ_{١٠} س^{١٠}$

وكان $\frac{أ_٣}{أ_٢} = ٣$ فإن ن = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٩

⑩ إذا كان: ١ - ٦س + $\frac{٦ \times ٥}{١ \times ٢} س^2 - \frac{٦ \times ٥ \times ٤}{١ \times ٢ \times ٣} س^3 + ... + س^{٦}$

= ٦٤ فإن س = ...

(أ) -١ (ب) ٣ (جـ) {-١، ٣} (د)

تمارين ذات أهمية:

① في مفكوك $(س + \frac{1}{س^2})^{٩}$ أوجد

(أ) رتبة وقيمة الحد الخالي من س

(ب) قيمة س التي تجعل مجموع الحدين الأوسطين يساوي صفر

② في مفكوك $(س^2 + \frac{1}{س})^{٢ن}$ أوجد:

(أ) معامل الحد الذي يحوي على $س^{٢ن}$

(ب) عندما ن = ٦ أوجد النسبة بين معامل الحد الذي يحتوي $س^{٣}$ ومعامل الحد الأوسط

③ إذا كانت الحدود: الثالث والرابع والخامس من مفكوك $(س + ص)^{ن}$
هي ١١٢ ، ٤٨٦ ، ٦٤٠ فأوجد قيمة كل من س ، ص ، ن

④ أوجد قيمة الحد الخالي من س من مفكوك $(\frac{1}{س} + \frac{1}{3})^{10}$

⑤ أوجد قيمة الحد الخالي من س من مفكوك $(س + \frac{1}{س})^{6} - (س - \frac{1}{س})^{6}$

الوحدة الثانية (الأعداد المركبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين

① إذا كانت $ع_1 = ل_1(جتا\theta_1 + ت جا\theta_1)$ ، $ع_2 = ل_2(جتا\theta_2 + ت جا\theta_2)$
حيث $\theta_1 + \theta_2 = \pi$ فإن $ع_1 ع_2 =$ ـــــ
(أ) $ل_1 ل_2$ (ب) $-ل_1 ل_2$ (ج) $ل_1 ل_2 ت$ (د) $-ل_1 ل_2 ت$

② إذا كان $ع_1 = 2 + 2ت$ ، $ع_2 = -3 - 3ت$ فإن $\arg(ع_1 + ع_2) =$ ـــــ
(أ) $60°$ (ب) $240°$ (ج) $180°$ (د) $300°$

③ في الشكل المقابل: الصورة الأسية للعدد $\frac{ع_1}{ع_2}$
(أ) $\frac{1}{4}\theta$ (ب) $\frac{1}{2}\theta$ (ج) $\frac{1}{2}\theta$ (د) $\frac{1}{4}\theta$

④ مرافق العدد $1 + س$ هو ـــــ
(أ) $1 - س$ (ب) $-س$ (ج) $1 + س$ (د) $1 - س$

⑤ قيمة المقدار: $\theta_{ن} + \theta_{-ن} =$ ـــــ
(أ) $\theta_{2ن}$ (ب) $2جتا\theta$ (ج) $2جا\theta$ (د) $\theta_{-2ن}$

⑥ إذا كان $|ع| = |ع - 2|$ فإن الجزء الحقيقي للعدد ع = ـــــ
(أ) 1 (ب) -1 (ج) -2 (د) 2

⑦ إذا كان $(1 + س)^{ن} = (1 + س^2)^{ن}$ فإن أقل قيمة لـ ن الصحيحة هي ـــــ
(أ) 2 (ب) 3 (ج) 5 (د) 6

⑧ $\left(1+2w^{5}+\frac{1}{w}\right)\left(1+2w+\frac{1}{w^{4}}\right)=$ ـــــــ

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) ٢

⑨ إذا كان : م عدداً حقيقياً فإن مرافق العدد $\frac{م^{3}+ت}{م^{2}+م ت-١}$ هو ـــــ

(أ) $م-ت$ (ب) $م+ت$ (جـ) $\frac{م^{3}-ت}{م^{2}+م ت-١}$ (د) $\frac{م^{2}+ت}{م^{2}-م ت-١}$

إجابة عن الأسئلة الآتية

① إذا كان $|ع_{١}|=|ع_{٢}|=١$ ، $ق(ع_{١}ع_{٢}^{٣})=١٨^{\circ}$ ، $ق(\frac{ع_{١}}{ع_{٢}})=٣٣^{\circ}$

أوجد بالصورة $س+ص$ ت العدد : $(ع_{١}^{١٠}ع_{٢}^{١٠})$

② إذا كان $ع_{١}=جتا\frac{٣\pi}{٤}-ت$ جا $\frac{٣\pi}{٤}$ ، $ع_{٢}=-١+ت$

فأوجد العدد $ع=ع_{١}^{٤}ع_{٢}^{٦}$ ع ، الصورة الأسية

③ إذا كان $ع=ص^{\theta ت}$ أوجد بالقياس الدائري العمدة الأساسي للعدد $\frac{ع+١}{ع-١}$

④ إذا كان : $ع=٤+٤\sqrt{٣}ت$ أوجد الصورة الأسية للعدد ع

ثم أوجد أبعد الأعداد التخيلية للعدد ع .

⑤ $\left(\frac{١٣+س}{١٣س+١}-\frac{١٧-٩س}{٩-١٧س}\right)^{٦}=$ ـــــ

الوحدة الثالثة (المحددات)

① إذا كان $(س-٤)$ أحد عوامل المحدد $\begin{vmatrix} س-١ & س+٣ & ٤ \\ -٣ & س+٥ & -٦ \\ س+٣ & ٢ & س+٥ \end{vmatrix}$

أوجد قيمة له

② إذا كان : $\begin{vmatrix} س & ص & ع+ز \\ س & ص+ز & ع \\ س+ز & ص & ع \end{vmatrix}=-٣$ أوجد قيمة $\overline{س+ص+ع+ز}$

③ ع عدد مركب حل المعادلة

$٢ع-٣\overline{ع}=٥+١٠ت$ ⑥

③ برهن على أن المحدد التالي:

$$\begin{vmatrix} أ-ب-ج & 2أ & 2أ \\ 2ب & ب-ج-أ & 2ب \\ 2ج & 2ج & ج-أ-ب \end{vmatrix} = (أ+ب+ج)^3$$

④ برهن على أن المحدد التالي:

$$\begin{vmatrix} ص+ع & س & س \\ ص & ع+س & ص \\ س+ص & ع & ع \end{vmatrix} = 4س ص ع$$

⑤ برهن على أن المحدد التالي:

$$\begin{vmatrix} 1+أ & 1 & 1 \\ 1 & 1+ب & 1 \\ 1 & 1 & 1+ج \end{vmatrix} = أ ب ج \left(1+\frac{1}{أ}+\frac{1}{ب}+\frac{1}{ج}\right)$$

⑥ برهن على أن المحدد التالي:

$$\begin{vmatrix} س & أ & ب \\ أ & س & ب \\ أ & ب & س \end{vmatrix} = (س-أ)(س-ب)(س+أ+ب)$$

المصفوفات

* المصفوفة الأحادية أ من المصفوفة الناتجة من حذف صف أو عمود

مصفوفة العوامل المرافقة

* المصفوفة المنفردة: المحدد = صفر أي ليس لها معكوس ضربي

* المصفوفة غير المنفردة: المحدد ≠ صفر أي لها معكوس ضربي.

① أوجد حل المعادلات الآتية باستخدام المعكوس الضربي

$$س + 2ص - ع = 1$$
$$س - ص + ع = 2$$
$$2س + ص - ع = 1$$

ملحوظة: مرتبة المصفوفة غير الصفرية هي أعلى درجة محدد
أو محدد أصغر للمصفوفة ≠ صفر

مثلاً $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ مرتبتها = 2 لأن $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \neq$ صفر

أما المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ مرتبتها = 1 لأن $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} =$ صفر

② إذا كان $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 10 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix}$ فأوجد A^{-1}

③ إذا كان $\rho(A) = 3$ (ب) $\rho(A) = 2$

ملحوظة: المصفوفة المؤسعة A^* وتكون من المنظم $(A) \times (n+1)$
أي عدد الأعمدة يزيد واحد عن عدد المتغيرات

مثلاً: لمعادلات $2x + y - z = 4$ ، $x + 2y + z = 3$ ، $3x + y + 2z = 7$

$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 7 \end{array}\right)$

ملحوظة ← المعادلات غير المتجانسة ① ليس لها حل فقط إذا كان $\rho(A) \neq \rho(A^*)$

② عدد لانهائي من الحلول إذا كان $\rho(A) = \rho(A^*) <$ عدد المتغيرات

③ ليس لها حل إذا كان $\rho(A) \neq \rho(A^*)$

المعادلات المتجانسة ← ① لها حل فقط $\rho(A) = n$ (الحل الصفري)

② عدد لانهائي من الحلول بجانب الحل الصفري إذا كان $\rho(A) < n$ ← أي $|A| =$ صفر

ملحوظة: المصفوفة المثلثية هي المصفوفة المربعة التي كل عناصرها أسفل القطر الرئيسي = صفر

③ حيث أن المعادلات $x + y + z = 0$ ، $2x + y + 3z = 0$ ، $x - 2y - 5z = 0$
عدد لانهائي من الحلول لأن أحد صفوف دالة أكل

④ أوجد قيمة k التي تجعل المعادلات $x + y + z = 0$ ، $2x + ky + 3z = 0$ ، $3x + 4y + 5z = 0$
$y - 3z = 0$ ← إذا كان عدد المعادلات أقل من كل المتغيرات