الارتباط

تعريف الارتباط

هو علاقة بين متغيرين (ظاهرتين) أو أكثر

أولاً معامل ارتباط بيرسون

$$ر = \frac{ن \sum س ص - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن \sum س^2 - (\sum س)^2} \times \sqrt{ن \sum ص^2 - (\sum ص)^2}}$$

ثانياً معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

$$ر = 1 - \frac{6 \sum ف^2}{ن(ن^2 - 1)}$$

حيث ف الفرق بين كل رتبتين متناظرتين

ن عدد قيم كل من المتغيرين

ثالثاً نوع الارتباط

① طردي إذا كانت ر موجبة
② عكسي إذا كانت ر سالبة
③ منعدم إذا كانت ر = ٠

الانحدار

أولاً معادلة خط انحدار ص على س

ص: $ص = أ س + ب$

$$أ = \frac{ن \sum س ص - (\sum س)(\sum ص)}{ن \sum س^2 - (\sum س)^2}$$

حيث أ تسمى معامل خط انحدار ص على س

$$ب = \frac{\sum ص - أ \sum س}{ن}$$

ثانياً معادلة خط انحدار س على ص

س: $س = حـ ص + ء$

$$حـ = \frac{ن \sum س ص - (\sum س)(\sum ص)}{ن \sum ص^2 - (\sum ص)^2}$$

حيث حـ تسمى معامل خط انحدار س على ص

$$ء = \frac{\sum س - حـ \sum ص}{ن}$$

** العلاقة بين معامل الارتباط ومعاملي الانحدار

أ تسمى معامل انحدار ص على س
حـ معامل انحدار س على ص

① $ر = \sqrt{أ \times حـ}$ إذا كان كل من أ، حـ موجبة

② $ر = -\sqrt{أ \times حـ}$ إذا كان كل من أ، حـ سالبة

③ $ر^2 = أ \times حـ$ = معامل انحدار ص على س × معامل انحدار س على ص

ملحوظة هامة جداً

كل من أ، حـ، ر له نفس الإشارة

مراجعة

حيث أ تسمى معامل خط انحدار ص على س

$$ب = \frac{\sum ص - أ \sum س}{ن}$$

تابع المتغيرات

① $ل(أ) = \frac{عـ(أ)}{عـ(ف)}$ صفر $< ل(أ) < 1$

② أ ، ب حدثان متنافيان $ل(أ \cap ب) = صفر$

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب)$

③ أ ، ب غير متنافيان $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$ل(أ \cap ب') = ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$

$ل(أ' \cap ب) = ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$ل(أ') = 1 - ل(أ)$

$ل(أ' \cup ب') = 1 - ل(أ \cap ب)$

$ل(أ' \cap ب') = 1 - ل(أ \cup ب)$

④ الاحتمال الشرطي $ل(أ/ب) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(ب)}$

⑤ الحدثان المستقلان $ل(أ \cap ب) = ل(أ) \times ل(ب)$

$ل(أ/ب) = ل(أ)$

⑥ الاحداث غير مستقلة $ل(أ \cap ب) \neq ل(أ) \times ل(ب)$

$ل(أ \cap ب) = ل(أ/ب) \times ل(ب)$

$= ل(ب/أ) \times ل(أ)$

⑦ $ل(ت/أ) = \frac{ل(ب' \cap أ)}{ل(أ)} = \frac{ل(أ - ب)}{ل(أ)}$

⑧ $ل(أ'/ب') = \frac{ل(أ' \cap ب')}{ل(ب')} = \frac{1 - ل(أ \cup ب)}{1 - ل(ب)}$

سيد عاشور

* مراجعة *

** الأول ** سبيرمان

① احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان لمجموعة من الطلاب كانت تقديراتهم في كل من الاحصاء والفيزياء كما بالجدول التالي

الاحصاء س	جيد جدا	ضعيف	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول			
الفيزياء ص	مقبول	جيد	جيد جداً	مقبول	ضعيف	ممتاز			

الحل

الاحصاء س	جيد جدا	ضعيف	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول			
الفيزياء ص	مقبول	جيد	جيد جداً	مقبول	ضعيف	ممتاز			
	٤,٥ (٤)	٢	٣	٥ ٤,٥	٦	١	٢	٤,٥ (٨)	

رتب س	رتب ص	ف	ف٢
٢	٤,٥	-٢,٥	٦,٢٥
٦	٢	٤	١٦
٤,٥	٣	١,٥	٢,٢٥
٢	٤,٥	-٢,٥	٦,٢٥
١	٦	-٥	٢٥
٤,٥	١	٣,٥	١٢,٢٥
		صفر	٦١

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ف^2}{ن(ن^2 - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٦١}{٦(٣٦ - ١)} = -٠,٧٤٢$$

عكس

② من بيانات الجدول الآتي

س	٨	٦	١٠	٧	٨	٥
ص	٨	٧	١٢	٩	١٠	٥

أحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان محدداً نوعه ودرجته

* الحل

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف²
٨	٨	٥,٥	٤	١,٥	٢,٢٥
٦	٧	٥	٥	٠	٠
١٠	١٢	١	١	٠	٠
٧	٩	٤	٢	٢	٤
٨	١٠	٥,٥	٣	٢,٥	٦,٢٥
٥	٥	٦	٦	٠	٠
					١٠,٥

$\sum ف^2 = 10,5$ ، $ن = 6$

$ر = 1 - \frac{6 \sum ف^2}{ن(ن^2-1)}$

$= 1 - \frac{6 \times 10,5}{6(36-1)} = 1 - \frac{10,5}{35}$

$= 1 - 0,3 = 0,7$

ارتباط طردي قوي

(٢) احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان للتقديرات التي حصل عليها ٧ طلاب في مادتي التاريخ والجغرافيا مع بيان نوع الارتباط ودرجته

تقديرات التاريخ	جيد	جيد جدا	ممتاز	ممتاز	ممتاز	جيد جدا	جيد
تقديرات الجغرافيا	مقبول	مقبول	ممتاز	جيد جدا	جيد	جيد جدا	ضعيف

الحل :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف²
جيد	مقبول	٦,٥	٥,٥	١	١
جيد جدا	مقبول	٤,٥	٥,٥	-١	١
ممتاز	ممتاز	٢	١	١	١
ممتاز	جيد جدا	٢	٣,٥	-١,٥	٢,٢٥
ممتاز	جيد	٢	٤	-٢	٤
جيد جدا	جيد جدا	٤,٥	٣	١,٥	٢,٢٥
جيد	ضعيف	٦,٥	٧	-٠,٥	٠,٢٥
					١١,٥

$\sum ف^2 = 11,5$ ، $ن = 7$

$ر = 1 - \frac{6 \sum ف^2}{ن(ن^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 11,5}{7(49-1)} = 1 - \frac{11,5}{56}$

$\Leftarrow ر = 1 - 0,205 \Leftarrow ر = 0,795$ ارتباط طردي قوي.

01113448822

بيرسون ④ اذا كان $\sum س = ٢١$ $\quad \sum س^{٢} = ٩١$

$\sum ص = ٤٩$ $\quad \sum ص^{٢} = ٤٢١$

$\sum س ص = ١٩٢$ $\quad ن = ٦$

أوجد معامل الارتباط لبيرسون وحدد نوعه

الحل :

$$ر = \frac{ن \sum س ص - \sum س \times \sum ص}{\sqrt{ن \sum س^{٢} - (\sum س)^{٢}} \times \sqrt{ن \sum ص^{٢} - (\sum ص)^{٢}}}$$

$$= \frac{٦ \times ١٩٢ - ٢١ \times ٤٩}{\sqrt{٦ \times ٩١ - (٢١)^{٢}} \times \sqrt{٦ \times ٤٢١ - (٤٩)^{٢}}} = ٠,٨٨٢$$ طردي

⑤ لدراسة العلاقة المطلوبة بين الكمية المطلوبة (ص) والسعر (س) لمنتج معين كان لدينا البيانات الآتية

$س' = ٨,٥$ $\quad \sum س ص = ٢٤٨$

$ص' = ٤,٥$ $\quad \sum س^{٢} = ٦٢٠$

$ن = ٨$ $\quad \sum ص^{٢} = ٢٠٤$

أوجد : ① معامل الارتباط لبيرسون بين س و ص وحدد نوعه

② معادلة خط الانحدار

الحل :

$\because س' = \frac{\sum س}{ن} \Leftarrow ٨,٥ = \frac{\sum س}{٨} \Leftarrow \therefore \sum س = ٦٨$

$\because ص' = \frac{\sum ص}{ن} \Leftarrow ٤,٥ = \frac{\sum ص}{٨} \Leftarrow \therefore \sum ص = ٣٦$

① $ر = \frac{ن \sum س ص - \sum س \times \sum ص}{\sqrt{ن \sum س^{٢} - (\sum س)^{٢}} \times \sqrt{ن \sum ص^{٢} - (\sum ص)^{٢}}}$

$= \frac{٨ \times ٢٤٨ - ٦٨ \times ٣٦}{\sqrt{٨ \times ٦٢٠ - (٦٨)^{٢}} \times \sqrt{٨ \times ٢٠٤ - (٣٦)^{٢}}}$ ② طردي تام

② معادلة انحدار س على ص

$$س = ب ص + ج$$

$$ب = \frac{ن \sum س ص - \sum س \times \sum ص}{ن \sum ص^2 - (\sum ص)^2} \quad (1)$$

$$ج = \frac{\sum س - ب \sum ص}{ن} \quad (2)$$

$$\therefore س = (1) ص + (2)$$

انحدار

⑥ لدراسة العلاقة بين الكميات المطلوبة من سلعة معينة (س) بالطن وسعر الطن (ص) بالألف جنيه في ستة فترات مختلفة كانت لدينا البيانات التالية

س	٢	٥	٧	٦	٨	١٠
ص	٤	٥	٤	٦	٨	

أوجد معادلة خط الانحدار

الحل :

س	ص	$س^2$	$ص^2$	س ص
٢	٢	٤	٩	٦
٥	٤	٢٥	١٦	٢٠
٧	٥	٤٩	٢٥	٣٥
٦	٤	٣٦	١٦	٢٤
٨	٦	٦٤	٣٦	٤٨
١٠	٨	١٠٠	٦٤	٨٠
٢٩	٢٩	٢٨٢	١٦١	٢١٢

$\therefore$ معادلة خط الانحدار ص على س $\Leftarrow ص = أ س + ب$

$$أ = \frac{ن \sum س ص - \sum س \times \sum ص}{ن \sum س^2 - (\sum س)^2} = \frac{٦ \times ٢١٢ - ٢٩ \times ٢٩}{٦ \times ٢٨٢ - (٢٩)^2} = \frac{٤٩}{٥٩}$$

$$ب = \frac{\sum ص - أ \sum س}{ن} = \frac{٢٩ - \frac{٤٩}{٥٩} \times ٢٩}{٦} = \frac{-١٠٠}{١٧٧}$$

$$\therefore ص = \frac{٤٩}{٥٩} س - \frac{١٠٠}{١٧٧}$$

01113448822 01021420874

⑦ إذا كانت معامل أنحدار ص على س هو ٠,٤٢ & معامل انحدار س على ص هو ١,٦ . أوجد معامل الارتباط الخطي بين س & ص .

الحل :

$$\text{ر} = \sqrt{\text{ب}_{\text{ص}} \times \text{ب}_{\text{س}}}$$

$$= \sqrt{٠,٤٢ \times ١,٦} = \text{؟}$$

⑧ إذا كان معامل الارتباط الخطي بين س & ص هو ٠,٨٨٢ ومعامل انحدار س على ص هو ٠,٦٦٥ أوجد معادلة انحدار ص على س .

الحل

ص = ٠,٨٨٢ ، ب = ٠,٦٦٥

ص = أ + ب س

أ = $\frac{\text{ص}}{\text{ب}}$ = $\frac{(٠,٨٨٢)^{٢}}{٠,٦٦٥}$

أ = ١,١٦٩

○ في معادلة خط انحدار ص على س (ص = ب س + أ) اذا كان معامل س أقل ما يمكن فإن الارتباط بين المتغيرين س & ص يكون ....

(أ) تاما (ب) طرديا (ج) عكسيا (د) منعدما

○ اذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي ص = -س + ٩ فإن الارتباط بين قيم س & قيم ص يكون ....

(أ) طرديا تاما (ب) طرديا (ج) عكسيا (د) منعدماً

01113448822 01091620874

الثاني

① اذا كان أ ، ب حدثين مستقلين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٦ر ، ل(ب) = ٢ر فأوجد ل(أ ∩ ب) = ... ، ل(أ - ب) = ... ، ل(أ ∪ ب) = ...

الحل

∵ أ ، ب حدثان مستقلين

∴ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)

= ٦ر × ٢ر = ١٨ر

ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ ∩ ب)

= ٦ر - ١٨ر = ...

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

= ٦ر + ٢ر - ١٨ر

② اذا كان ل(أ - ب) = ٤ر ، ل(ب - أ) = ٢ر ، ل(أ ∩ ب) = ٥ر أوجد ل(أ / ب) ، ل(ب / أ)

الحل

∵ ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ ∩ ب)

٤ر = ل(أ) - ٥ر

٤ر + ٥ر = ل(أ) ← ل(أ) = ٩ر

، ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

٢ر = ل(ب) - ٥ر

٢ر + ٥ر = ل(ب) ← ل(ب) = ٧ر

∴ ل(ب / أ) = ل(ب ∩ أ) / ل(أ)

= ٥ر / ٩ر = ٥/٩

ل(أ / ب) = ل(أ ∩ ب) / ل(ب)

= ٥ر / ٧ر = ٥/٧

③ اذا كان ل(أ / ب) = ١/٢ ، ل(ب') = ١٢/٢٥ فأوجد ل(أ ∩ ب) = ...

الحل :

∵ ل(ب') = ١ - ل(ب)

١٢/٢٥ = ١ - ل(ب) ← ل(ب) = ١ - ١٢/٢٥ = ١٣/٢٥

ل(أ / ب) = ل(أ ∩ ب) / ل(ب)

ل(أ ∩ ب) = ل(أ / ب) × ل(ب)

= ١/٢ × ١٣/٢٥ = ١٣/٥٠

01113448822 01001620874

④ اذا كان أ ، ب حدثين مستقلين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية حيث ل(أ) = ٠,٢ ، ل(أ - ب) = ٠,٦ فأوجد ل(ب) = ... ، ل(ب' / أ) = ...

∵ أ ، ب حدثان مستقلين
∴ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)
٠,٢٤ = ٠,٢ × ل(ب)
ل(ب) = ٠,٢٤ / ٠,٢ = ٨,٠

ل(أ) = ٠,٢
ل(أ - ب) = ٠,٦
∴ ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ ∩ ب)
٠,٦ = ٠,٢ - ل(أ ∩ ب)
ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ - ٠,٦ = ٠,٢٤

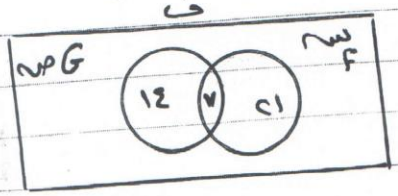
ل(ب' / أ) = ل(ب' ∩ أ) / ل(أ) = ل(أ - ب) / ل(أ) = ٠,٦ / ٠,٢ = ٣

⑤ إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان أ ⊂ ب فأثبت أن ل(أ ∩ ب') = ...

الحل :
أ ⊂ ب ← ل(أ ∩ ب) = ل(أ)
ل(أ ∩ ب') = ل(أ)
= ١ - ل(أ')

⑥ فصل دراسي به ٤٢ طالباً منهم ٢١ طالباً يدرسون اللغة الفرنسية و ١٤ طالباً يدرسون اللغة الألمانية و ٧ طلاب يدرسون اللغتين معاً
اختير طالب عشوائياً من هذا الفصل
احسب احتمال أن الطالب المختار :
١ يدرس اللغة الفرنسية فقط
٢ يدرس اللغة الفرنسية اذا كان دارساً اللغة الألمانية
٣ لم يدرس أي من اللغتين .

الحل :



١ ل(أ - ب) = ١٤ / ٤٢ = ١ / ٣

٢ ل(أ / ب) = ل(أ ∩ ب) / ل(ب) = ٧ / ٤٢ ÷ ١٤ / ٤٢ = ١ / ٢

٣ ل(أ ∪ ب)' = صفر

* التالت *

① إذا كان س متغير عشوائي متقطعا توزيعه الاحتمالي يعطى بالدالة د(س) = $\frac{س}{10}$ ، س ∈ {١، ٢، ٣، ٤} فإن ل = ...

واوجد ل (س < ١)

الحل :

جدول التوزيع الاحتمالي

س	١	٢	٣	٤
د(س)	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{ل}{10}$

∴ مجموع الاحتمالات = ١

$\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{ل}{10} = 1$

$\frac{ل}{10} = 1 - \frac{6}{10}$ ← $\frac{ل}{10} + \frac{6}{10} = 1$

ل = ٤ ← $\frac{ل}{10} = \frac{4}{10}$

د(٤) + د(٣) + د(٢) = $\frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10}$ = $\frac{9}{10}$

② إذا كان س متغيرا عشوائيا متقطعاً تباينه ١٩٦ ومعامل الاختلاف له ٥٦٪ فإن توقعه = ...

الحل :

ع = ١٩٦ ← ع = ١٤

معامل الاختلاف = $\frac{ع}{م} \times 100$

$\frac{14}{م} \times 100 = 56\%$

م = $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$

③ اذا كان س متغيراً عشوائيا متقطعاً توزيعه الاحتمالي كالتالي

س	-٢	صفر	٢	٦
د(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

اوجد الانحراف المعياري

الحل

سيد عاشور

$س_ر$	$د(س_ر)$	$س_ر \cdot د(س_ر)$	$س_ر^2 \cdot د(س_ر)$
-2	$\frac{1}{2}$	-1	2
صفر	$\frac{1}{4}$	صفر	صفر
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{8}{4}$
6	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{36}{6}$
	1		$\frac{26}{3}$

$[\text{التوقع} \leftarrow \sum س_ر \cdot د(س_ر)] = 1$

$[\text{التباين} \leftarrow \sum س_ر^2 \cdot د(س_ر)] = \frac{26}{3} - (1)^2 = 11$

$[\text{الانحراف المعياري} \leftarrow \sqrt{\text{التباين}}] = \sqrt{11} = 3.3$

④ اذا كان $س$ متغير عشوائي متقطع وكان التوقع $= 5$ ، الانحراف المعياري $= 2$ فأوجد $\sum س_ر^2 \cdot د(س_ر) = ...$

الحل :

$\therefore \mu = 5$ ، $\sigma = 2$

$\leftarrow \sigma^2 = \sum س_ر^2 \cdot د(س_ر) - \mu^2$

$(2)^2 = \sum س_ر^2 \cdot د(س_ر) - (5)^2$

$\therefore \sum س_ر^2 \cdot د(س_ر) = 9 + 25 = 34$

⑤ اذا كان $س$ متغير عشوائي مداه $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ وكان

$ل(س = 0) = ل(س = 4) = \frac{1}{16}$ ، $ل(س = 1) = ل(س = 3) = \frac{1}{4}$

فأوجد $ل(1 \leq س \leq 2)$

الحل :

$س_ر$	0	1	2	3	4
$د(س_ر)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	ل	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

$\therefore$ مجموع الاحتمالات $= 1$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + ل + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = 1$

$ل + \frac{10}{16} = 1 \leftarrow ل = 1 - \frac{10}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

$\therefore ل(1 \leq س \leq 2) = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

⑥ اذا كان س متغير عشوائيا متصلا وكان

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س^2+2}{18} & 2 \leq س \leq 4 \\ صفر & فيما عدا ذلك \end{cases}$$

أوجد : ① ل (2 ≤ س ≤ 4) ② ل (س ≥ 2)

③ ل (س ≤ 2)

الحل :

$$د(2) = \frac{2^2+2}{18} = \frac{6}{18} \quad د(3) = \frac{3^2+2}{18} = \frac{11}{18}$$

$$د(4) = \frac{4^2+2}{18} = \frac{18}{18}$$

$$ل(2 \leq س \leq 4) = \frac{1}{2}(\frac{11}{18} + \frac{7}{18})(4-2) = \text{مساحة}$$

$$ل(س \geq 2) = \frac{1}{2}(\frac{9}{18} + \frac{7}{18})(2-2) = \text{مساحة}$$

$$ل(س \leq 2) = \frac{1}{2}(\frac{11}{18} + \frac{9}{18})(4-2) = \text{مساحة}$$

⑦ اذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س+1}{8} & ه < س < ه+2 \\ صفر & فيما عدا ذلك \end{cases}$$

أوجد قيمة ه ثم أحسب ل (س < 2)

الحل :

$$\therefore د(ه) = \frac{ه+1}{8}$$

$$د(ه+2) = \frac{ه+2+1}{8} = \frac{ه+2}{8}$$

$$\therefore ل(ه < س < ه+2) = 1$$

$$\frac{1}{2}(\frac{ه+1}{8} + \frac{ه+2}{8})(ه+2-ه) = 1$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2ه+3}{8} \times 2 = 1$$

$$2ه+3 = 8 \longrightarrow 2ه = 5 \longrightarrow ه = 2$$

$$ل(س < 2^4) = \frac{1}{2}(\frac{4+1}{8} + \frac{2+1}{8})(4-2)$$

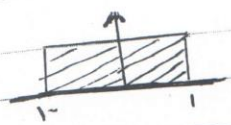
$$= \frac{9}{16}$$

الرابع

① إذا كان س متغيراً عشوائياً معياري فإن
ل (|ص| ≤ ١,٦٩) = ...

الحل :

∴ ل (|ص| ≤ ١,٦٩)
ل (-١,٦٩ ≤ ص ≤ ١,٦٩)



٠,٤٥٤٥ + ▭ = ٠,٤٥٤٥

② إذا كان س متغيراً عشوائياً معيارياً
ل (|ص| ≤ ك) = ٠,٩٥٤٤
فإن ك = ...

الحل

ل (|ص| ≤ ك) = ٠,٩٥٤٤
ل (-ك ≤ ص ≤ ك) = ٠,٩٥٤٤
ل (٠ ≤ ص ≤ ك) = ٠,٩٥٤٤
ل (٠ ≤ ص ≤ ك) = ٠,٤٧٧٢

بالبحث في الجدول

ك = ٢

③ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه م وانحرافه المعياري ٦ أوجد م
① ل (س - م ≤ ١,٨ ٦)
② ل (م + ٦ ≤ س ≤ م + ٦)

الحل

① ل (س - م ≤ ١,٨ ٦)
ل (٠ ≤ م + ١,٨ ٦)
ل (ص ≤ (م + ١,٨ ٦ - م) / ٦)
ل (ص ≤ ١,٨)

▭ = ٠,٥ -

ⓒ $ل(م + ٥ع \leq س \leq م + ٤ع)$

$ل(\frac{م + ٥ع - م}{ع} \leq ص \leq \frac{م + ٤ع - م}{ع})$

$ل(٥ \leq ص \leq ٤)$

$= ٠,٤٧٧٢ - ٠,٢٤١٢$

$= ٠,٢٣٦٠$

④ إذا كانت درجات طلاب فى امتحان الاحصاء تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٧٥ وتباينه ٢٥ وحصل احمد فى هذا الامتحان على ٨٠ درجه فأيهما درجه احمد فى صورته المعيارية هى ....

الحل

الدرجه المعيارية $= \frac{س - م}{ع}$

$= \frac{٨٠ - ٧٥}{٥} = ١$

$م = ٧٥$	$س = ٨٠$
$ع^٢ = ٢٥$	$ع = ٥$

⑤ اذا كان س متغيراً عشوائياً يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه م والخرائه المعيارى ع فأن $ل(س < م) = ...$

الحل:

$ل(س \leq م) = ل(ص \leq \frac{م - م}{ع})$

$= ل(ص \leq ٠) = ٠,٥$

⑥ اذا كان س متغيراً عشوائياً وسطه الحسابى $م = ٢٠$ والخرائه المعيارى $ع = ٥$ أوجد $ل(١٥ \leq س \leq ٢٢)$

الحل:

$ل(١٥ \leq س \leq ٢٢)$

$= ل(\frac{١٥ - ٢٠}{٥} \leq ص \leq \frac{٢٢ - ٢٠}{٥}) \Leftarrow ل(-١,٦ \leq ص \leq ٢,٤)$

$\Leftarrow ل(٠ \leq ص \leq ٢,٤) + ل(٠ \leq ص \leq ١,٦)$

$= ٠,٤٩١٨ + ٠,٤٤٥٢$

$= ٠,٩٢٧٠$

⑦ اذا كان س متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ١٦٠ و انحراف معياري ع = ٥ ، أحسب ل(س > ١٧٥)

الحل :

ل (س > ١٧٥) = ل (ص > $\frac{١٧٥ - ١٦٠}{٥}$)

= ل (ص > ٢)

= ٠,٥ − ل (٠ ≤ ص ≤ ٢)

= ٠,٥ − ٠,٤٩٨٧ = ٠,٠٠١٣

---

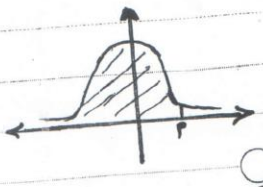
⑧ اذا كان س متغير عشوائي طبيعي وسطه الحسابي ١٤٠ و انحرافه المعياري ع = ١٠ وكان ل(س < له) = ٠,٩٠٩٩ فأوجد قيمة له .

الحل :

∵ ل (ص < $\frac{له - ١٤٠}{١٠}$) = ٠,٩٠٩٩

و لفرضه ان $\frac{له - ١٤٠}{١٠}$ = ٢

← ∴ ل (ص < ٢) = ٠,٩٠٩٩



واضح ان المساحة أكبر من $\frac{١}{٢}$ لكا واضح ان ٢ موجبه

∴ ٠,٥ + ل (٠ < ص < ٢) = ٠,٩٠٩٩

∴ ل (٠ < ص < ٢) = ٠,٩٠٩٩ − ٠,٥ = ٠,٤٠٩٩

ومن الجدول المجاور ٢ = ١,٣٥

∴ $\frac{له - ١٤٠}{١٠}$ = ١,٣٥

← له − ١٤٠ = ١٣,٥ ← ∴ له = ١٥٣,٥

← + تابع رقم ⑥ ص ١٤٥ : أوجد ل(٢ ≤ س ≤ ٢,٥)

الحل : د(٢,٥) = $\frac{٢ + ٢,٥ \times ٢}{١٨}$ = $\frac{١٠}{١٨}$

ل (٢ ≤ س ≤ ٢,٥) = $\frac{١}{٢}$ ($\frac{٩}{١٨}$ + $\frac{١٠}{١٨}$) (٢,٥ − ٢) =

جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى المعيارى

ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٣١٩	٠,٠٣٥٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦	٠,٠٦٣٦	٠,٠٦٧٥	٠,٠٧١٤	٠,٠٧٥٣
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٢	٠,٠٨٧١	٠,٠٩١٠	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩٨٧	٠,١٠٢٦	٠,١٠٦٤	٠,١١٠٣	٠,١١٤١
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨	٠,١٤٠٦	٠,١٤٤٣	٠,١٤٨٠	٠,١٥١٧
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦	٠,١٧٧٢	٠,١٨٠٨	٠,١٨٤٤	٠,١٨٧٩
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩٨٥	٠,٢٠١٩	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨	٠,٢١٢٣	٠,٢١٥٧	٠,٢١٩٠	٠,٢٢٢٤
٠,٦	٠,٢٢٥٩	٠,٢٢٩١	٠,٢٣٢٤	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٨٩	٠,٢٤٢٢	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٨٦	٠,٢٥١٧	٠,٢٥٤٩
٠,٧	٠,٢٥٨٠	٠,٢٦١١	٠,٢٦٤٢	٠,٢٦٧٣	٠,٢٧٠٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٩٤	٠,٢٨٢٣	٠,٢٨٥٢
٠,٨	٠,٢٨٨١	٠,٢٩١٠	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٩٥	٠,٣٠٢٣	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٧٨	٠,٣١٠٦	٠,٣١٣٣
٠,٩	٠,٣١٥٩	٠,٣١٨٦	٠,٣٢١٢	٠,٣٢٣٨	٠,٣٢٦٤	٠,٣٢٨٩	٠,٣٣١٥	٠,٣٣٤٠	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٨٩
١,٠	٠,٣٤١٣	٠,٣٤٣٨	٠,٣٤٦١	٠,٣٤٨٥	٠,٣٥٠٨	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٥٤	٠,٣٥٧٧	٠,٣٥٩٩	٠,٣٦٢١
١,١	٠,٣٦٤٣	٠,٣٦٦٥	٠,٣٦٨٦	٠,٣٧٠٨	٠,٣٧٢٩	٠,٣٧٤٩	٠,٣٧٧٠	٠,٣٧٩٠	٠,٣٨١٥	٠,٣٨٣٠
١,٢	٠,٣٨٤٩	٠,٣٨٦٩	٠,٣٨٨٨	٠,٣٩٠٧	٠,٣٩٢٥	٠,٣٩٤٤	٠,٣٩٦٢	٠,٣٩٨٠	٠,٣٩٩٧	٠,٤٠١٥
١,٣	٠,٤٠٣٢	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٩٩	٠,٤١١٥	٠,٤١٣١	٠,٤١٤٧	٠,٤١٦٢	٠,٤١٧٧
١,٤	٠,٤١٩٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٦٥	٠,٤٢٧٩	٠,٤٢٩٢	٠,٤٣٠٦	٠,٤٣١٩
١,٥	٠,٤٣٣٢	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٩٤	٠,٤٤٠٦	٠,٤٤١٨	٠,٤٤٢٩	٠,٤٤٤١
١,٦	٠,٤٤٥٢	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٩٥	٠,٤٥٠٥	٠,٤٥١٥	٠,٤٥٢٥	٠,٤٥٣٥	٠,٤٥٤٥
١,٧	٠,٤٥٥٤	٠,٤٥٦٤	٠,٤٥٧٣	٠,٤٥٨٢	٠,٤٥٩١	٠,٤٥٩٩	٠,٤٦٠٨	٠,٤٦١٦	٠,٤٦٢٥	٠,٤٦٣٣
١,٨	٠,٤٦٤١	٠,٤٦٤٩	٠,٤٦٥٦	٠,٤٦٦٤	٠,٤٦٧١	٠,٤٦٧٨	٠,٤٦٨٦	٠,٤٦٩٣	٠,٤٦٩٩	٠,٤٧٠٦
١,٩	٠,٤٧١٣	٠,٤٧١٩	٠,٤٧٢٦	٠,٤٧٣٢	٠,٤٧٣٨	٠,٤٧٤٤	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٥٦	٠,٤٧٦٢	٠,٤٧٦٧
٢,٠	٠,٤٧٧٢	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨١٢	٠,٤٨١٧
٢,١	٠,٤٨٢١	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٤٢	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٧
٢,٢	٠,٤٨٦١	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٩٠
٢,٣	٠,٤٨٩٣	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٨	٠,٤٩٠١	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩١١	٠,٤٩١٣	٠,٤٩١٦
٢,٤	٠,٤٩١٨	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٦
٢,٥	٠,٤٩٣٨	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٥٢
٢,٦	٠,٤٩٥٣	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٤
٢,٧	٠,٤٩٦٥	٠,٤٩٦٦	٠,٤٩٦٧	٠,٤٩٦٨	٠,٤٩٦٩	٠,٤٩٧٠	٠,٤٩٧١	٠,٤٩٧٢	٠,٤٩٧٣	٠,٤٩٧٤
٢,٨	٠,٤٩٧٤	٠,٤٩٧٥	٠,٤٩٧٦	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٨٠	٠,٤٩٨١
٢,٩	٠,٤٩٨١	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٣	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦
٣,٠	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩٠
٣,١	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣
٣,٢	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥
٣,٣	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦
٣,٤	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧
٣,٥	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨