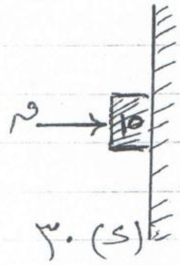
* اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

(١) مقدار أقل قوة أفقية لازمة لاتزان جسم كتلته ١٥ كجم على حائط رأسي خشن معامل الاحتكاك السكوني بينه وبين الجسم يساوي $\frac{1}{5}$ هو ـــــ ث كجم



(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ٧٥ (د) ٣٠

ملحوظة: $م_س > م_ك$ أي قوة الاحتكاك السكوني > الحركي

ونظام $م_س > م_ك$ أي معامل ~ ~ > ~

رَ هو رد الفعل المحصل = ر $\sqrt{1+م_س^2}$ = ر $\sqrt{1+ظا^2 ل}$ = ر قا ل

قاعدة: إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الانزلاق بتأثير وزنه فقط فإن قياس زاوية الاحتكاك = قياس زاوية ميل المستوى على الأفقي

ومعنى أقل قوة أي الجسم على وشك الانزلاق

، أكبر قوة ~ ~ ~ ~ الحركة لأعلى

(٢) وضع جسم مقدار وزنه ٣٠ نيوتن على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° فإذا أريد زيادة ميل المستوى إلى ٦٠° فأوجد مقدار

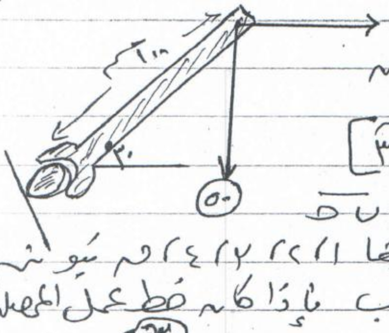
(أ) أقل قوة موازية لخط أكبر ميل وتمنعه من الانزلاق (١٠√٣؟)

(ب) أكبر قوة موازية لخط أكبر ميل وتجعله يتحرك لأعلى المستوى. (٢٠√٣؟)

(٣) كتلتان ٣، ٥ كجم متصلتان بخيط خفيف وموضوعتان على مستوى مائل خشن وكان معامل الاحتكاك السكوني بين المستوى والجسمين $\frac{2}{3}$، $\frac{4}{5}$ على الترتيب بين أي الجسمين لو وضع أسفل الجسم الآخر حتى يتحركا بسهولة؟ ثم أثبت أن ظل زاوية ميل المستوى على الأفقي عندما تكون الجسمان على وشك الحركة $\frac{3}{4}$

④ إذا كانت $\vec{ق} = ل\,\vec{س} + م\,\vec{ص}$ تؤثر في النقطة أ (−٣، ٢) وكان عزم $\vec{ق}$ حول ب (١، ٢) ، د (−١، ٤) يساوي ٨ $\vec{ع}$ أوجد $\vec{ق}$

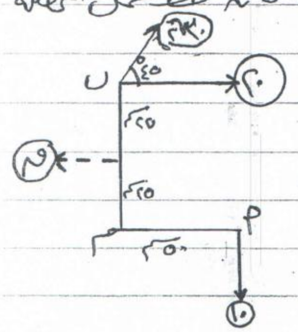
(٨ $\vec{س}$ − ٦ $\vec{ص}$)



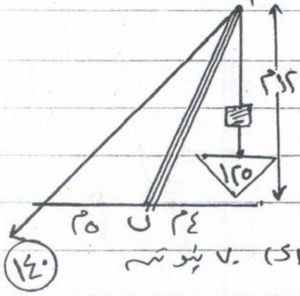
⑤ إذا كان عزم القوة ق حول نقطة و يساوي عزم القوة ٥٠ نيوتن حول نقطة و فما قيمة ق .

[٣٧٥٠]

⑥ أ ب جـ د مربع طول ضلعه ٦ سم ، هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ حيث ب هـ = ١ سم ، أثرت قوى مقاديرها ١١ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ق نيوتن في $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{ب جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ د}$ ، $\overrightarrow{د أ}$ ، $\overrightarrow{أ جـ}$ على الترتيب فإذا كان خط عمل المحصلة يمر بالنقطة هـ أوجد قيمة : ق

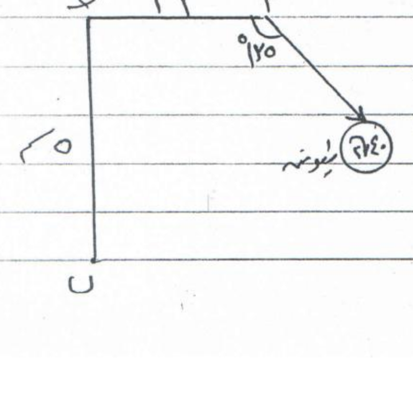


⑦ ثم قضيب أب طوله ١٠٠ سم عند نقطة منتصفه م بحيث أصبح م أ عمودياً على م ب أثرت القوى ١٠ ، ٢٠ ، ٢٠√٢ في م أ ب كما هو بالشكل ما هو مقدار القوة ق التي يجب أن تؤثر عند منتصف أب بحيث ينعدم المجموع الجبري لعزوم القوى حول م .



⑧ في الشكل المقابل : أب تمثل رافعة لرفع البضائع إذا كان الشد في الخيط يساوي ١٤٠ نيوتن ، ووزن الصندوق ١٢٥ نيوتن فإن مجموع عزوم القوتين بالنسبة للنقطة ب يساوي ......

(أ) ٤٠ نيوتن (ب) ٥٠ نيوتن (جـ) ٦٠ نيوتن (د) ٧٠ نيوتن



⑨ من الشكل المقابل

مقدار عزم القوة ق = ٢٤٠√٢ نيوتن حول النقطة ب يساوي ...... نيوتن.سم

(أ) ٢٤٠ (ب) ٢٤٠√٢

(جـ) ١٢٠√٢ (د) ٨٠√١٧٧

(١٠) إذا كانت $\overline{ق} = ٣\overline{س} - ٤\overline{ص}$ تؤثر في النقطة أ (١، ٢) فإن بعد نقطة الأصل و(٠، ٠) عن خط عملها يساوي ...... وحدة طول

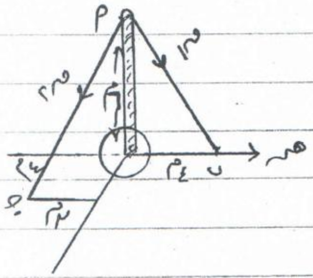
(أ) $\sqrt{٥}$ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ١٠

(١١) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه: أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم أثرت قوة $\overline{ق}$ في مستوى المثلث بحيث كان $جـ_أ = جـ_ب = ٦٠$ نيوتن.سم ، $جـ_جـ = -٦٠$ نيوتن.سم

أوجد مقدار $\overline{ق}$ وعين خط عملها

(١٢) إذا كانت $\overline{ق} = (٢، -٣، ٤)$ تؤثر في النقطة (١، ١، ١) فإن مركبة عزم $\overline{ق}$ حول محور س تساوي ______

(أ) −٥ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٧



(١٣) تؤثر $ق_١ = ١٣\sqrt{٦}$ نيوتن ، $ق_٢ = \sqrt{٦١}$ نيوتن في اتجاهات $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ كما بالشكل

أوجد مجموع عزوم القوى حول نقطة و

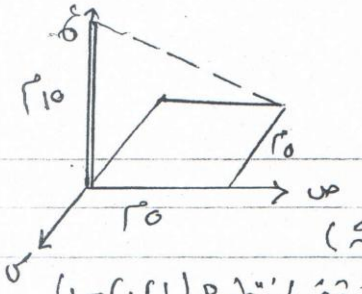
(١٤) إذا كانت القوة $\overline{ق} = ل\overline{س} + ٤\overline{ص} - \overline{ع}$ تؤثر في نقطة أ متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل $\overline{ر} = (١، ٢، ٢)$ وكانت مركبة عزم القوة $\overline{ق}$ حول محور الصادات تساوي ٧ وحدات عزم فأوجد قيمة ل ثم أوجد طول العمود المرسوم من و على خط عمل $\overline{ق}$

(١٥) جسم وزنه ١٢ ثقل كجم موضوع على مستوى أفقي خشن ومعامل الاحتكاك السكوني $\frac{١}{٤}$ أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها م ث كجم فإن قوة الاحتكاك المتولدة ح بوحدة ث كجم تساوي ______

(أ) ٠ < ح < ٢ (ب) ٢ < ح < ٣ (جـ) ٢ ≤ ح ≤ ٣ (د) ح > ٣

(١٦) جسم وزنه ١٢ نيوتن موضوع على مستوى أفقي خشن أثرت عليه قوة أفقية ق ، معامل الاحتكاك السكوني بينه وبين الجسم $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ فإن قوة الاحتكاك الناشئة ∈ ______ نيوتن

(أ) [٠، $٤\sqrt{٣}$] (ب)]٠، $٤\sqrt{٣}$] (جـ)]٠، $٤\sqrt{٣}$[(د) [٠، $٤\sqrt{٣}$[



(١٧) أوجد عزم القوة $\overline{ق} = ١٥\sqrt{١١}$ نيوتن حول نقطة و

(١-٢٢٥س - ٥٥٠ص)

(١٨) إذا كانت $\overline{ق} = ٣\overline{س} + ل\overline{ص} + ٤\overline{ع}$ تؤثر في النقطة أ (١، ٢، ١-) وكان عزم القوة $\overline{ق}$ بالنسبة للنقطة ب (٢، ١-، ٣) يساوي $-٤\overline{س} - ٨\overline{ص} - \overline{ع}$ فإن ل = ــــــ

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ٢ (د) -٢

(١٩) إذا كانت محصلة القوتين المتوازيتين ٧ى، ٥ى نيوتن تؤثر في نقطة تبعد عن خط عمل القوة الصغرى بمقدار $\frac{٤}{٣}$ متر فإن المسافة بين خطي عمل القوتين = ــــــ متر

(أ) $\frac{٤٩}{١٥}$ (ب) $\frac{٢٨}{٥}$ (جـ) ٤ (د) $\frac{٥}{٣}$

(٢٠) قوتان متوازيتان ومن نفس الاتجاه مقدارهما ق، ٢ق تؤثران في نقطتين أ، ب إذا تحركت القوة ٢ق موازية لنفسها في اتجاه $\overrightarrow{أب}$ مسافة س سم أثبت أن محصلة القوتين تتحرك في نفس الاتجاه مسافة $\frac{٢}{٣}$ س

(٢١) أ، ب، جـ، د أربع نقط تقع في خط مستقيم واحد حيث أب = ٣٢ سم، ب جـ = ٤٠ سم، جـ د = ٨ سم أثرت القوتان المتوازيتان ٨، ١٠ في أ، جـ على الترتيب وأثرت القوتان ٣، ٧ في ب، د في اتجاه مضاد للقوتين عند أ، جـ عين محصلة هذه المجموعة وبعد نقطة تأثيرها عن أ (٨ نيوتن، أم = ٣٢ سم)

(٢٢) تؤثر القوى المتوازية التي مقاديرها ٥، ٨، ١٢ نيوتن في اتجاه واحد في النقط أ(٢، ٢-)، ب (٠، ٣)، جـ (٤، ١-) أوجد نقطة تأثير المحصلة ($\frac{٢٩}{٢٥}$، $\frac{٤١}{٢٥}$)
مثل مركز الثقل

(٢٣) $\overline{ق_١} = ٢\overline{س} + أ\overline{ص}$، $\overline{ق_٢} = -٦\overline{س} + ٢\overline{ص}$ متوازيتان عين قيمة أ وإذا أثرت القوتان في (١، ٢)، (٥، ٠) فأوجد نقطة تقاطع خط عمل المحصلة مع وس
(-١، ١٧/٣)

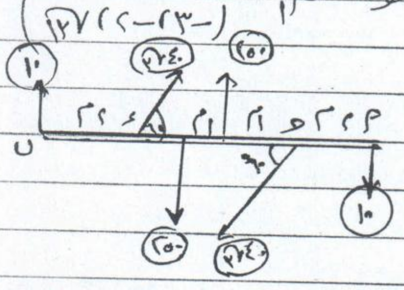
(٢٤) إذا كانت $\overline{ق_١} // \overline{ق_٢}$، $\overline{ق_١} = \overline{س} - ٢\overline{ص}$، $\|\overline{ق_٢}\| = ٤\sqrt{٥}$ فإن
$\overline{ق_٢}$ = ــــــ ± ($٤\overline{س} - ٨\overline{ص}$) لأن معيار $\overline{ق_٢}$ = ٤ أمثال معيار $\overline{ق_١}$

* الازدواج ومركز الثقل:

① تؤثر القوتان $\overrightarrow{ق_1}$ = م $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ن $\overrightarrow{ص}$ عند النقطتين أ (١ ، ١) ، ب (−١ ، −٢) على الترتيب إذا كونت القوتان ازدواجاً فأوجد قيمة كل من الثابتين م ، ن ثم احسب طول العمود المرسوم من ب إلى خط عمل القوة $\overrightarrow{ق_1}$

(−٣ ، −٢ ، ٢√٢)

② من الشكل المقابل

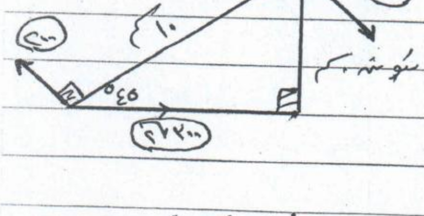


أثبت أن القضيب متزن

③ أب قضيب طوله ٦٠ سم ووزنه ١٨ نيوتن يؤثر عند منتصفه يمكن للقضيب الدوران بسهولة في مستوى رأسي حول مسمار أفقي ثابت يمر بثقب صغير في القضيب عند النقطة جـ التي تبعد ١٥ سم عن أ فإذا استند القضيب بطرفه ب على نضد أملس وشد الطرف أ أفقياً بحبل حتى أصبح رد فعل النضد مساوياً لوزن القضيب. أوجد الشد في الحبل ورد فعل المسمار حيث أن القضيب متزن في وضع يميل فيه على الأفقي بزاوية قياسها ٦٠°. (١٢√٣ ، ١٢√٣)

④ أب جـ د مربع طول ضلعه ١٠ سم أثرت القوتان ٦٠ ، ٦٠ نيوتن في اتجاهات $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{جـ د}$ أوجد قوتين متساويتين تؤثران عند أ ، جـ ووضعهما موازيان للقطر ب د لتكونان ازدواجاً يكافئ مع الازدواج المكون من القوتين الأوليين

⑤ من الشكل المقابل



القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل = ... نيوتن.سم

(أ) −١٠٠٠√٢ (ب) −٢٠٠٠

(جـ) −١٠٠٠ (د) ١٠٠٠

⑥ أب جـ مثلث فيه أب = ٥ سم ، ب جـ = ٩ سم ، أجـ = ٦ سم أثرت قوى مقاديرها ٢٥ ، ٤٥ ، ٣٠ نيوتن في $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{ب جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ أ}$ على الترتيب. أوجد القوتين اللتين تؤثران في نقطتي أ ، جـ للمثلث وعموديتين عليه حتى يحدث اتزان مع المجموعة السابقة

(٧) أثرت القوى ق١ = ٢س − ٤ص ، ق٢ = س − ٣ص ، ق٣ = −٣س + ٧ص في النقط أ(١،−١) ، ب(−٢،٢) ، جـ(١،٠) على الترتيب برهن أن هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه (٨)

ملحوظة: إذا كانت ح = ٠ أما أن تكون القوى متزنة أو تكافئ ازدواج.

(٨) أ ب جـ د هـ و سداسي منتظم طول ضلعه ١٤ سم أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٦ ، ٨ ، ٦ ، ٦√٢ ، ٨ ث جم في أب ، ب د ، د و ، جـ أ ، هـ ء على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً ثم احسب معيار عزمه (٢٨√١٤)

(٩) أ ب جـ د مستطيل فيه: أب = ٣٠ سم ، ب جـ = ٤٠ سم أثرت القوى التي مقاديرها ١٥ ، ٣٠ ، ١٥ ، ٣٠ نيوتن في أب ، ب جـ ، جـ د ، د أ على الترتيب أثبت أن هذه القوى تكافئ ازدواجاً وأوجد عزمه ثم أوجد قوتين تؤثران في أ ، جـ عمودياً على أجـ بحيث تتزن المجموعة (٢٠٠ ، ٦٢٦)

(١٠) بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوي .... سم

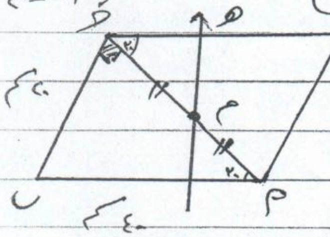
(أ) ٢√٣ (ب) ٤√٣ (جـ) ٦ (د) ٦√٣

(١١) ثني قضيب منتظم أجـ طوله ١٥ل من نقطة ب حيث أب = ٥ل ، ق(∠أبجـ) = ٩٠° علق القضيب من الطرف أ تعليقاً حراً أثبت أن: ب جـ يميل على الأفقي بزاوية θ حيث ظا θ = ٤/٥

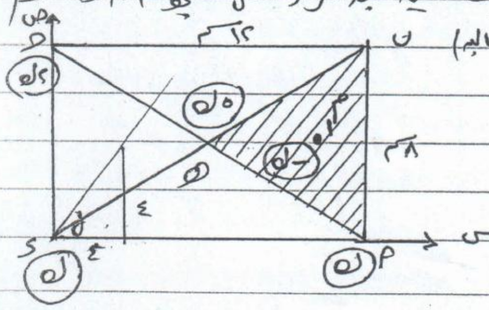
(١٢) أ ب جـ د هـ صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة حيث أ ب جـ د مستطيل فيه أب = ٧٢ سم ، ب جـ = ٣√١٠ ، أهـ د مثلث فيه هـ أ = هـ د طول ارتفاع △ هـ و هـ و = ٦ سم عين موضع مركز ثقل الصفيحة ثم إذا علقت الصفيحة تعليقاً حراً من ب فأوجد قياس زاوية ميل ب م على الرأسي في وضع الاتزان

[(٥,١٥ ، ٥,١٥) ، ل = ٤٥°]

③ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازي أضلاع أ ب جـ د الذي فيه أ ب = ٤٠ سم
ب جـ = ٢٠ سم ، ق(∠ أ جـ م) = ٣٠°
علقت الصفيحة من نقطة (هـ) ∈ جـ د
فاتزنت عندما كان جـ د أفقياً أوجد طول جـ هـ
(١٥ سم)



④ صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة كتلتها ٤ ك على هيئة مستطيل أ ب جـ د الذي فيه أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٢ سم وعمل القطرين متقاطعان في هـ ثم فصل المثلث أ ب هـ وثبتت الأثقال ك ، ٢ك ، ك ، ك عند الرؤوس أ ، ب ، جـ ، د ، هـ على الترتيب عين بعد مركز ثقل المجموعة عن د جـ ، د أ



كتلة المستطيل ٤ك كتلة المثلث ك (سالبة)

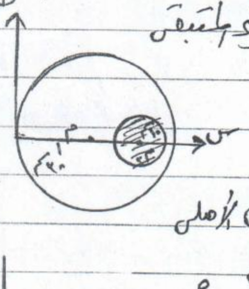
مركز ثقل المثلث (١٠ ، ٤)

مركز ثقل المجموعة (٤ ، ٤)

ظا ل = ٤/٤ = ١

ل = ٤٥°

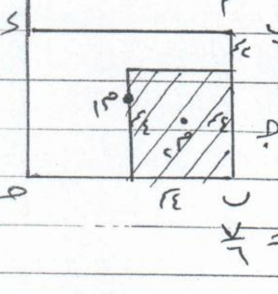
⑤ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل قرص دائري طول نصف قطره ٣٠ سم اقتطع منها جزء على شكل قرص دائري طول نصف قطره ١٠ سم ويبعد عن مركز الصفيحة ٢٠ سم أوجد مركز ثقل الجزء المتبقي



مساحة الدائرة : مساحة القرص = ٩ : ١
٩ك ك

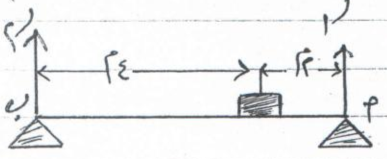
مركز الثقل (-٢.٥ ، صفر) مركز ثقل الجزء المتبقي على بعد ٢.٥ من مركز ثقل القرص الأصلي

⑥ صفيحة منتظمة على شكل مستطيل أ ب جـ د فيه أ ب = ٦ سم
ب جـ = ٨ سم ، قطعت منها قطعة مربعة الشكل من الرأس ب
طول ضلعها ٤ سم أوجد بعد مركز ثقل الجزء الباقي عن كل
من جـ د ، أ جـ ثم علق الجزء الباقي تعليقاً حراً من الرأس جـ
فأوجد ظل زاوية ميل جـ ب على الرأسي في وضع التوازن



كتلة المربع ٤ك (سالبة) المستطيل ٣ك مركز الثقل (٣ ، ٢ ١/٢) ظا ل = ٧/٦

(٢٥) $\overline{أب}$ قضيب غير منتظم طوله ٦٠ سم يرتكز في وضع أفقي على وتدين حـ ، ى حيث :
أحـ = ب ى = ١٠ سم فإذا علق من أ ثقل قدره ٩٠٫٥ ث جرام يصبح القضيب على
وشك الدوران حول حـ وإذا علق من ب ثقل قدره ١٠٠ ث جم يصبح على
وشك الدوران حول ى أوجد مقدار وزن القضيب وبعد نقطة تأثيره عن أ (٦٠ ث جم ، ٢٥ سم)

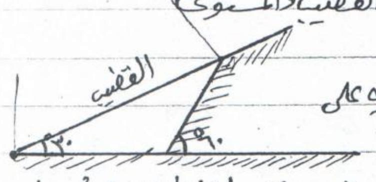


(٢٦) الشكل المقابل : يوضح لوح خشب منتظم كتلته
٣٠ كجم لكل متر من طوله ويرتكز في وضع أفقي على
حاملين أ ، ب ويحمل صندوق كتلته ٢٤٠ كجم
أوجد الضغط الواقع على كل حامل (٥٠٠ ، ١٧٠)

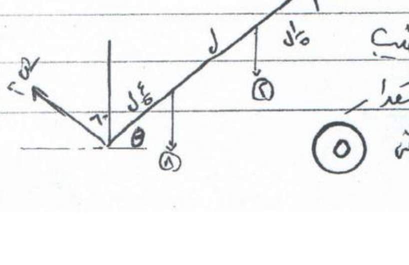
ملحوظة : إذا كان الشد في الخيط الأول $\frac{1}{4}$ الشد في الخيط الثاني فهذا معناه أن :
ش١ = ش ، ش٢ = ٤ ش

(٢٧) قضيب منتظم يرتكز في مستوى رأسي بطرفه العلوي على حائط رأسي أملس
وبطرفه السفلي على مستوى خشن أفقي بحيث يصنع القضيب مع الأفقي
زاوية ظلها $\frac{3}{4}$ أوجد معامل الاحتكاك عندما يكون القضيب على وشك الانزلاق ($\frac{2}{3}$)

(٢٨) أب قضيب منتظم وزنه ٢٠ نيوتن وطوله ٦٠ سم يرتكز بطرفه أ على مستوى
أفقي خشن ويرتكز عند إحدى نقطه حـ على وتد أملس يعلو ٢٥ سم عن المستوى الأفقي
وكان القضيب على وشك الانزلاق عندما كانت زاوية ميله على الأفقي ٣٠° أوجد
رد فعل الوتد وكذلك معامل الاحتكاك بين القضيب والمستوى



(٢٩) يرتكز قضيب منتظم وزنه ٤٢ ث كجم بأحد طرفيه على
أرض أفقية خشنة وبطرفه الآخر على مستوى أملس
يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٦٠° إذا كان القضيب على وشك الانزلاق عندما
كان قياس زاوية ميله على الأفقي ٣٠° فأوجد معامل الاحتكاك بين القضيب
والأرض ورد فعل كل من المستوى والأرض (رد الفعل المحصل للسطح الأفقي الخشن) (√٣/٣ ، ٢١ ، ٢١√٣ ث كجم)



(٣٠) أب قضيب خفيف طوله ٥ ل معلق من طرفيه أ ، ب
بخيطين مائلين على الرأسي بزاويتين ٣٠° ، ٦٠° علق في القضيب
الثقلان ٢ ، ٨ على بعد من أ ، ب هي ل/٥ ، ٤ ل/٥ أوجد مقدار
الشدين في الخيطين وقياس زاوية ميل القضيب على الأفقي